

## Određivanje brzine i ubrzanja tela pri kretanju niz vertikalne cilindrične vođice

Stojan Savković<sup>1</sup>, Vojislav Vujičić<sup>1</sup>, Ivan Milićević<sup>1</sup>, Milan Marjanović<sup>1</sup>,  
Radomir Slavković<sup>1</sup> i Nedeljko Dučić<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Fakultet tehničkih nauka u Čačku, Univerzitet u Kragujevcu, Srbija  
e-mail [ivan.milicevic@ftn.kg.ac.rs](mailto:ivan.milicevic@ftn.kg.ac.rs)

**Rezime:** U radu je izložena metodologija merenja brzine i ubrzanja tela pri kretanju niz vertikalne cilindrične vođice laboratorijskog uređaja za ispitivanje cevi na udar. U tu svrhu korišćeni su magnetni senzori i digitalni osciloskop. Dat je prikaz svih relevantnih parametara, postupak merenja, kao i rezultati merenja. S obzirom da je merenje brzine i ubrzanja vršeno posredno, merenjem vremena kretanja tela duž zadatog puta, date su i sve potrebne preračunske formule potrebne za izračunavanje željenih fizičkih veličina.

**Ključne reči:** merenje; vreme; brzina; ubrzanje; senzor

### 1. UVOD

Merenje brzine i ubrzanja na relativno malim rastojanjima najčešće se zasniva na merenju pomeraja u odnosu na neku referentnu tačku [1-3]. U ovom radu, opisana je laboratorijska vežba eksperimentalnog određivanja brzine i ubrzanja pri slobodnom padu tela. Postupak se sastoji u merenju vremena potrebnog da telo pređe određeni put. Za detektovanje položaja tela korišćeni su elektromagnetni senzori [4-7] čiji princip rada se zasniva na bazi Holovog efekta (*Hall effect*), sl. 1, postavljeni u krajnjim položajima na rastojanju jednakom dužini puta koje telo treba da pređe.



**Slika 1.** Elektromagnetni senzor na bazi Holovog efekta

Senzori na bazi Holovog efekta spadaju u red specijalnih elektromagnetnih senzora. Holov efekat nastaje kada se poluprovodnik kroz koji teče struja unese u magnetno polje. Ako se poluprovodnička pločica nalazi u fiksiranom položaju normalno na magnetno polje indukcije  $\vec{B}$  i ako kroz pločicu protiče struja  $I$  (sl. 2), tada na nosioce elektriciteta deluje Lorencova sila  $\vec{F}$  normalna na smer struje i indukcije:

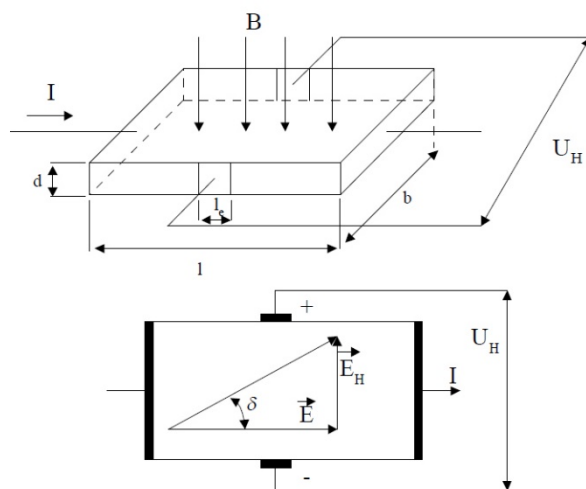
$$\vec{F} = e\vec{v}_s \times \vec{B} \quad (1)$$

Gde je:

$\bar{v}_s$  - srednja brzina nosilaca naelektrisanja, usled podužnog električnog polja  $\vec{E}$  koje stvara struju  $I$  u pločici,

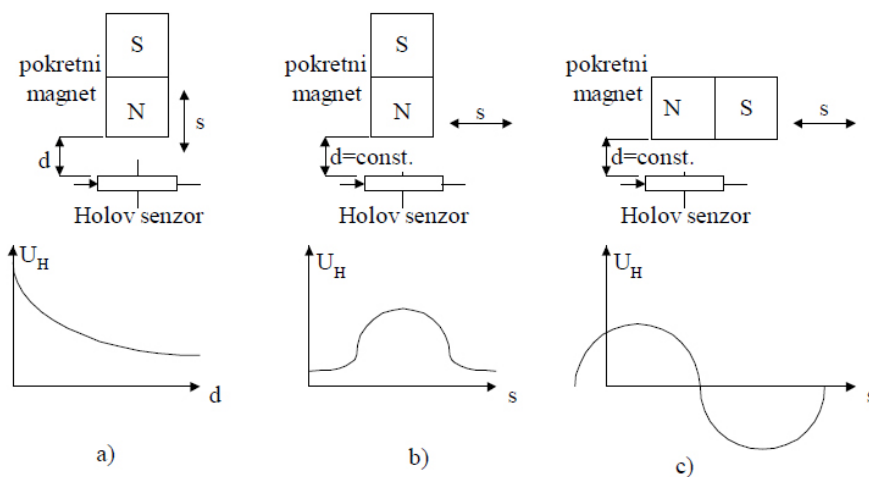
$e$  - količina naelektrisanja koja se nalazi pod dejstvom magnetnog polja

Tipična vrednost Holovog napona je reda mV, a vrednost izlaznog otpora je od nekoliko oma do nekoliko stotina oma.



Slika 2. Holova pločica [8]

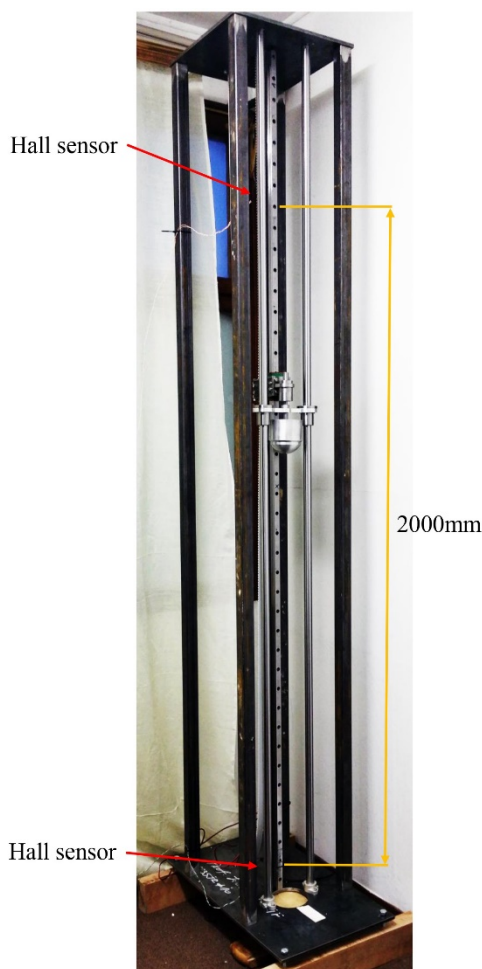
Holovi senzori se koriste za merenje pomeraja sa kojima se utiče na promenu jačine ili pravca magnetne indukcije. Holovim sensorima se mere i druge veličine koje se elastičnim elementima pretvaraju u proporcionalno pomeranje (sila, pritisak, ubrzanje, itd.). Na slici 3 prikazana je primena Holovih senzora za merenje, odnosno detekciju pomeraja.



Slika 3. Merenje pomeraja Holovim sensorima: a) magnet se pomera normalno na pločicu, b) i c) magnet se kreće paralelno sa pločicom [8]

## 2. METODOLOGIJA MERENJA

U praktičnoj vežbi iz tehničke mehanike opisanoj u ovom radu, za merenje brzine i ubrzanja pri slobodnom padu iskorišćen je laboratorijski uređaj za ispitivanje cevi na udar (sl. 4). Potrebno je odrediti brzinu i ubrzanje pri spuštanju linearnih ležajeva niz vertikalne cilindrične vođice.



*Slika 4. Laboratorijski uređaj za ispitivanje cevi na udar*

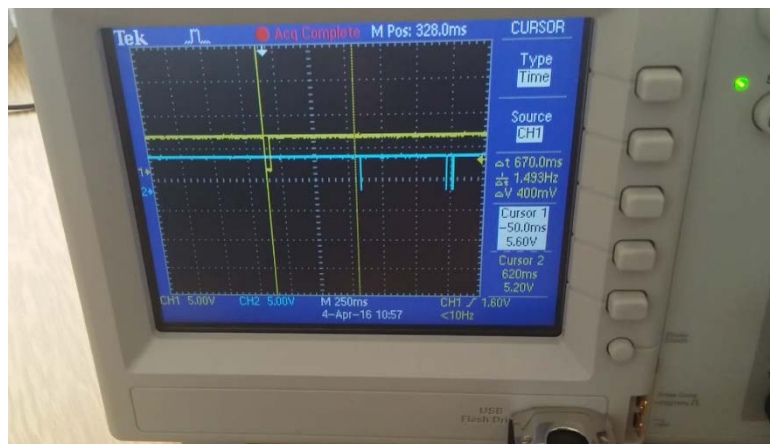
Postupak se sastoji u merenju vremena potrebnog da telo pređe neki unapred definisan put – u ovom slučaju put od 2 m. Senzorski sistem se sastoji od stalnog magneta pričvršćenog na pokretni objekat i nepokretnih Holovih senzora. Detektovanje položaja tela se vrši pomoću dva elektromagnetna senzora na bazi Holovog efekta, postavljena u krajnjim položajima na rastojanju jednakom dužini od 2 m, tj. putu koji telo treba da pređe.

Primarni izlazni parameter je vreme slobodnog pada tela. Senzori detektuju dejstvo stalnog magneta postavljenog na telo koje se kreće niz cilindričnu vodivicu. Merenje vremena vršeno je pomoću digitalnog osciloskopa (sl. 5).



*Slika 5. Digitalni osciloskop*

Merenje se vrši tako što se telo podigne u gornji položaj prikazan na slici 4 i pušta u slobodan pad bez početne brzine. Gornji senzor registruje dejstvo stalnog magneta postavljenog na telo. Taj signal se na osciloskopu registruje kao početni trenutak kretanja tela. Pri prolasku tela pored drugog postavljenog senzora, u krajnjem donjem položaju, dobija se signal koji osciloskop registruje kao vremenski trenutak u kome je telo prešlo put jednak rastojanju između dva senzora – u našem slučaju rastojanje od 2 m. Zatim se na osciloskopu očitava vremenska razlika ( $t$ ) između dva primljena signala (sl. 6), koja predstavlja vreme koje je telu potrebno da pređe put od 2 m, pri slobodnom spuštanju niz cilindrične vodice, bez početne brzine. Sva merenja su vršena na konstantnoj temperaturi u prostoriji od 22 °C.



*Slika 6. Prikaz merenja na digitalnom osciloskopu*

### 3. REZULTATI MERENJA I DISKUSIJA

Rezultati merenja prikazani su u tabeli 1.

#### Proračunavanje ubrzanja tela

Ubrzanje tela pri slobodnom padu bez početne brzine može se odrediti iz jednačine 2: [9-12]

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (2)$$

Gde je:

$h = 2$  m – pređeni put tela pri slobodnom spuštanju niz cilindrične vodice

$t$  [ms] – vreme padanja tela

Izračunate vrednosti ubrzanja tela u trenutku kada ono pređe put  $h$ , za sva merenja data su u tabeli 1.

#### Proračunavanje brzine tela

U početnom trenutku, pre puštanja, na visini  $h$ , telo ima potencijalnu energiju  $E_p$ , koja prelazi u kinetičku energiju  $E_k$  kada telo počne slobodno da pada. Brzina tela u trenutku kada ono pređe put  $h$ , može se odrediti korišćenjem sledećih izraza:

$$\begin{aligned} E_p &= E_k \\ mgh &= \frac{mv^2}{2} \\ v &= \sqrt{2gh} \end{aligned} \quad (3)$$

Odnosno, za ubrzanje proračunato na osnovu izmerenog vremena, korišćenjem relacije (2):

$$v = \sqrt{2ah} \quad (4)$$

Izračunate vrednosti brzine za sva merenja date su u tabeli 1.

**Tabela 1.** Rezultati merenja

Broj merenja	Vreme pada $t$ [ms]	Ubrzanje $a$ [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Brzina pada $v$ [ $\frac{m}{s}$ ]
1	650	9.4675	6.1538
2	650	9.4675	6.1538
3	640	9.7656	6.2500
4	660	9.1827	6.0606
5	640	9.7656	6.2500
6	650	9.4675	6.1538
7	640	9.7656	6.2500
8	640	9.7656	6.2500

Teorijsko vreme slobodnog pada tela se može izračunati na osnovu izraza:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (5)$$

S obzirom na to, da gravitaciono ubrzanje u centralnoj Srbiji iznosi  $g = 9.804 \frac{m}{s^2}$ , za visinu slobodnog pada  $h = 2$  m, iz izraza (5) može se izračunati teorijsko vreme slobodnog pada tela i ono iznosi:  $t = 638.75$  ms.

Teorijska brzina pri slobodnom padu može se izračunati korišćenjem izraza (3) i iznosi:

$$v = 6.262 \frac{m}{s}.$$

Analizom dobijenih rezultata i njihovim poređem sa teorijskim vrednostima, može se zaključiti da do odstupanja dolazi usled postojanja trenja između kuglica ležaja i vođice, otpora vazduha itd. Zbog toga su dobijene vrednosti vremena kretanja tela veća, a vrednosti ubrzanja i brzine tela na kraju pređenog puta manja za par procenata u odnosu na teorijske vrednosti. Pri tome je maksimalna razlika dobijenih vrednosti u pojedinim merenjima oko 3%, što je posledica minimalnog odstupanja početnog položaja tela, iz koga započinje merenje.

#### 4. ZAKLJUČAK

Prikazana metodologija može se koristiti za vrlo precizno određivanje brzine i ubrzanja tela pri slobodnom padu niz vođice opisanog laboratorijskog uređaja, pri čemu se vrši merenje vremena kretanja tela duž zadatog puta. Takođe, na osnovu odstupanja izmerenih vrednosti od referentnih (teorijskih) vrednosti vremena kretanja, brzine i ubrzanja, može se odrediti sila trenja između kuglica ležaja i cilindričnih vođica. Opisana vežba može se koristiti u izvođenju praktične nastave iz mehanike i fizike, ali i drugih tehničkih disciplina.

#### REFERENCES

- [1] Grujović, A.: Tehnička merenja III, Mašinski fakultet, Univerzitet u Kragujevcu, 2006.
- [2] Zhixiang H.: Measuring Technology and Mechatronics Automation in Electrical Engineering, Springer, 2012.
- [3] Szewczyk, R., Zielinski, C., Kaliczynska M.: Recent Advances in Automation, Robotics and Measuring Techniques, Springer, 2014.
- [4] Regtien, P.L.: Sensors for Mechatronics, Elsevier, 2012.
- [5] Pawlak, A.M.: Sensors and Actuators in Mechatronics: Design and Applications, Taylor & Francis, 2006.
- [6] Tumanski, S.: Handbook of Magnetic Measurements (Series in Sensors), CRC Press, 2011.
- [7] Iniewski, K.: Smart Sensors for Industrial Applications (Devices, Circuits, and Systems), CRC Press, 2013.
- [8] <http://www.automatika.rs/baza-znanja/senzori/holov-senzor.html>
- [9] Golubović D., Kojić M., Premović K.: Tehnička mehanika – Opšti kurs, Tehnički fakultet u Čačku, Čačak, 1997.
- [10] Simonović, M., Mitrović, Z., Golubović, Z., Mehanika - Kinematika, Mašinski fakultet, Beograd, 2011.
- [11] Mitrović, Z., Simonović, M., Golubović, Z. Mehanika - dinamika tačke, Mašinski fakultet, Beograd, 2011.
- [12] Pavišić, M., Golubović, Z., Mitrović, Z. Mehanika - dinamika sistema, Mašinski fakultet, Beograd, 2011.